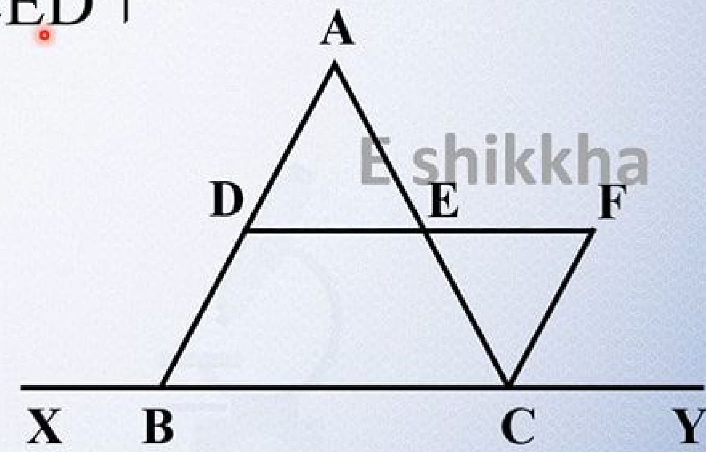
১নং সমস্যার সমাধান

কোনো কোণের বাহুদ্বয়ের বিপরীত রশ্মিদ্বয় যে কোণ তৈরি করে তাকে ঐ কোণের বিপ্রতীপ কোণ বলে। দুইটি সরলরেখা কোনো বিন্দুতে পরস্পরকে ছেদ করলে, ছেদ বিন্দুতে উৎপন্ন দুই জোড়া বিপ্রতীপ কোণ সমান।

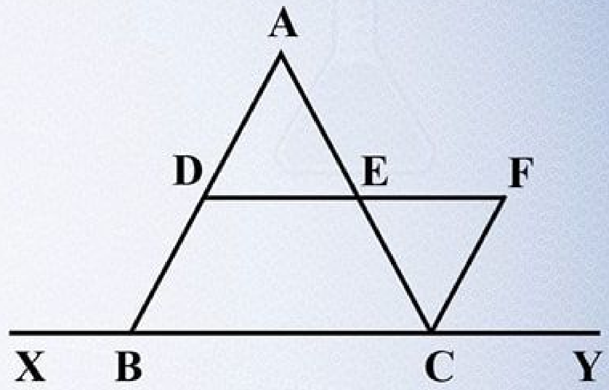
চিত্রে- $\angle AED$ ও $\angle CEF$ পরস্পর বিপ্রতীপ কোণ। আবার, $\angle AEF$ ও $\angle CED$ পরস্পর বিপ্রতীপ কোণ।

সুতরাং $\angle AED = \angle CEF$ এবং $\angle AEF = \angle CED$ ।



২নং সমস্যার সমাধান

ΔCEF এর বহিঃস্থ $\angle$**AEF** এর সাথে ΔCEF এর অন্তঃস্থ কোণ $\angle$**ECF** এবং $\angle$**EFC** এর মধ্যকার সম্পর্ক নিম্নরূপ:



চিত্রে- AC রেখার E বিন্দুতে EF রেখা মিলিত হয়েছে।

$$\therefore \angle AEF + \angle CEF = 180^0$$

সুতরাং $\angle AEF = 180^0 - \angle CEF$ .... (i)

আবার, ΔCEF হতে পাই-

$$\angle CEF + \angle EFC + \angle ECF = 180^0$$

[আমরা জানি, ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 180^0]

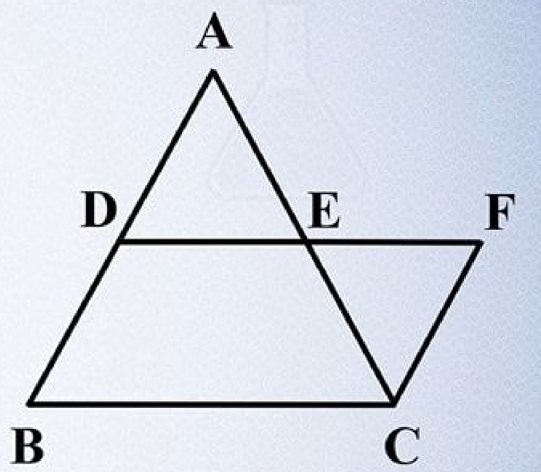
$$\therefore \angle EFC + \angle ECF = 180^0 - \angle CEF \text{ .... (ii)}$$

সমীকরণ (i) ও (ii) হতে পাই-

$\angle AEF = \angle EFC + \angle ECF$ (ইহাই নির্ণেয় সম্পর্ক)

৩নং সমস্যার সমাধান

$DE \parallel BC$ এর প্রমাণ: উদ্দীপক অনুসারে, DE রেখা AB ও AC রেখার মধ্যবিন্দুগামী সরলরেখা এবং $DE = EF$। সেহেতু $AD = BD$, $AE = EC$



এখন, ΔADE ও ΔCEF এর মধ্যে-

$AE = EC$

$DE = EF$

এবং $\angle AED = \angle CEF$ [বিপ্রতীপ কোণ]

$\therefore \Delta ADE \cong \Delta CEF$

$\therefore AD = CF$ এবং $\angle DAE = \angle ECF$ [একান্তর কোণ]

$\therefore AD \parallel CF$ বা, $AB \parallel CF$ বা, $BD \parallel CF$

যেহেতু $BD = AD = CF$ এবং $BD \parallel CF$

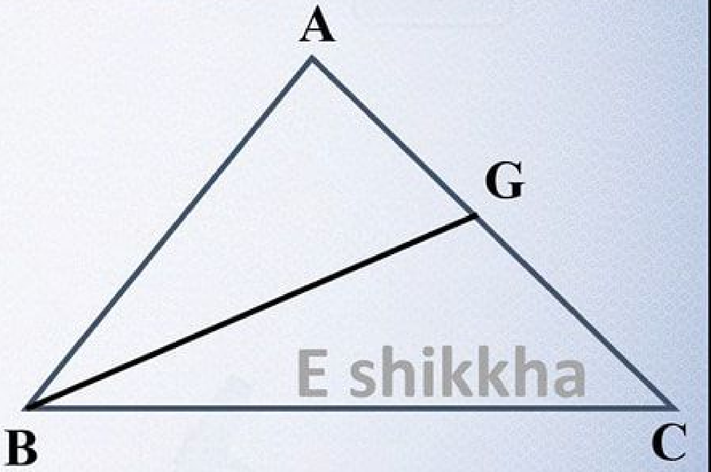
সুতরাং BDEC একটি সামন্তরিক।

$\therefore DF \parallel BC$ বা, $DE \parallel BC$ (প্রমাণিত)

৪নং সমস্যার সমাধান

দেওয়া আছে, ABC ত্রিভুজে $BC > AB$ এবং $\angle ABC$ এর সমদ্বিখন্ডক রেখা AC কে G বিন্দুতে ছেদ করে।

<u>প্রমাণ:</u> আমরা জানি, ত্রিভুজের বৃহত্তর বাহুর বিপরীত কোণ ক্ষুদ্রতর বাহুর বিপরীত কোণ অপেক্ষা বৃহত্তর।



যেহেতু ΔABC এ $BC > AB$

$$\therefore \angle A > \angle C$$

$$\therefore \angle A + \frac{1}{2}\angle B > \angle C + \frac{1}{2}\angle B$$

[উভয় পক্ষে $\frac{1}{2}\angle B$ যোগ করে]

এখন, ΔABG –এ

বহি:স্থ $\angle BGC$ = অন্ত:স্থ বিপরীত $(\angle A + \frac{1}{2}\angle B)$

[ত্রিভুজের বহি:স্থ কোণ অন্ত:স্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান]

এবং ΔBGC –এ

বহি:স্থ $\angle BGA$ = অন্ত:স্থ বিপরীত $(\angle C + \frac{1}{2}\angle B)$

$\therefore \angle BGC > \angle BGA$

যেহেতু কোণ দুইটি সন্নিহিত এবং অসমান।

$\therefore \angle BGA$ সূক্ষকোণ।